LEZIONE 5 CONT.

- RISOLVEREMO PROBLEMI DI MINIMIZZAZIONE / MASSIMIZZAZIONE:

$\min_{x \in C} f(x)$ OPPURE $\max_{x \in C} f(x)$

DEFINIZIONE MINIMO LOCALE (E MINIMO LOCALE STRETTO)

Definizione 4.1 *Dato l'insieme $C \subseteq \mathbb{R}^n$ e la funzione $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, il punto $x^* \in C$ è un punto di* **minimo locale** *della $f(x)$ su C, se esiste un intorno aperto $I(x^*, \rho) = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x - x^*\| < \rho\}$ di centro x^* e raggio $\rho > 0$, tale che*

$$f(x^*) \leq f(x), \qquad \forall x \in I(x^*, \rho) \cap C.$$

Se la disuguaglianza precedente è verificata in senso stretto, per ogni $x \in C$, $x \neq x^*$, si dirà che il punto x^* è un punto di **minimo locale stretto** *della $f(x)$ su C.* □

$f(x^*) < f(x)$

STIAMO RISOLVENDO IL PROBLEMA $\min_{x \in C} f(x)$,

CIOÈ TROVARE IL VALORE DI x CHE RENDE $f(x)$ IL PIÙ PICCOLO POSSIBILE.

- MASSIMO LOCALE: $f(x^*) \geq f(x)$, STRETTO: $f(x^*) > f(x)$ CON $x^* \neq x$
  $x \in C$

- MINIMO GLOBALE: ANZICHÉ AVERE "$\forall x \in I(x^*, \rho) \cap C$" AVRÓ $\forall x \in C$
  ALLORA: $f(x^*) \leq f(x) \quad \forall x \in C$
  UNICO, SSE $f(x^*) < f(x) \quad \forall x \in C$

- MASSIMO GLOBALE: $f(x^*) \geq f(x) \quad \forall x \in C$
  UNICO SSE: $f(x^*) > f(x) \quad \forall x \in C$

LEZIONE 6

ESEMPIO: MASSIMI E MINIMI LOCALI / GLOBALI DELLA FUNZIONE $f(x)$ IN $\mathbb{R}^n$

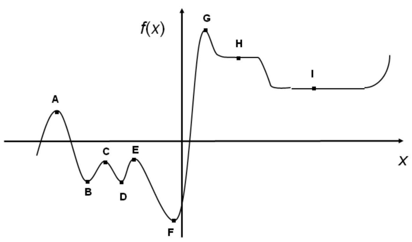

Figura 11: Massimi e minimi locali/globali della funzione $f(x)$ in $\mathbb{R}^n$: i punti B e D sono punti di *minimo locale stretto*; il punto F è un punto di *minimo globale unico* (nell'intervallo mostrato); i punti A, C ed E sono punti di *massimo locale stretto*; il punto G è un punto di *massimo globale unico* (nell'intervallo mostrato); i punti H ed I sono al contempo punti di *massimo locale e minimo locale* (non stretto, in quanto la $f(x)$ è "piatta" in un loro intorno).

- F È SIA MINIMO LOCALE CHE GLOBALE
- UNA FUNZIONE PUÓ AVERE PIÚ MINIMI GLOBALI (ES $f(x) = 2$)